Kapitel 1

Statistik

I 1600-tallet blev de første casinoer bygget. I kølvandet af dette opstod *sandsynlighedsregningen*, fordi spillefuglene naturligvis ønskede at beregne chancen for at vinde. Til bestemmelse af sandsynligheder kan man i nogle tilfælde bruge *kombinatorik*. I kombinatorik forsøger man ved hjælp af *logik* at fastslå på, hvor mange forskellige måder noget kan kombineres eller vælges. Man finder derved antallet af nittere og vinderchancer. Mange andre end ludomaner bruger naturligvis sandsynlighedsregning til på logisk/teoretisk vis at forudsige udfaldet af tilfældige fænomener.
I 1749 blev ordet *statistik* første gang brugt i dets matematiske betydning. Ordet stammer fra det latinske ord for statsrådgiver, altså en der indsamler og holder styr på landets data (skat, jordarealer, befolkning,...). Statistik bruger en kombination af sandsynlighedsregningens logik og indsamling af *data* til at beskrive, forudsige eller drage konklusioner på alverdens mere eller mindre uforudsigelige ting. F.eks. samfundsudviklingen, folks holdninger eller på baggrund af stikprøver vurdere antallet af fisk i de danske farvande.
Kort sagt: Med statisk og sandsynlighedsregning får du styr på alt det tilfældige og uforudsigelige.

Indhold

Dette pdf-dokument kan med fordel, bruges sammen med bogen:
Gymnasie-matematik, ISBN: 978-87-991996-0-0
Hent en GRATIS kopi på www. STUDIENOTER.DK

1.1 Sandsynlighedsfelt

DEFINITION **Eksperiment**

Ordet eksperiment bruges her som fællesbetegnelse for fænomener, hvis udfald er tilfældigt.

EKSEMPLER: Kortspil, fodboldkamp, folketingsafstemning.

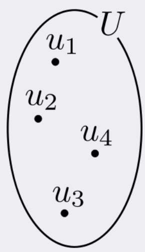
DEFINITION **Udfald**

Et udfald (u_i) er et muligt resultat af et eksperiment.

EKSEMPLER: Terningen viser 4 øjne. Sæby vinder over Skagen.

DEFINITION **Udfaldsrum**

Udfaldsrummet (U) er mængden af alle tænkelige udfald (u_i) for et eksperiment.



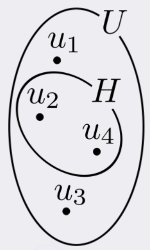
EKSEMPEL: Møntkast: $U = \{\text{Plat}, \text{Krone}\}$

EKSEMPEL: Terningkast: $U = \{1\text{øje}, 2\text{øjne}, 3\text{øjne}, 4\text{øjne}, 5\text{øjne}, 6\text{øjne}\}$

EKSEMPEL: Kortspil: $U = \{\heartsuit\text{es}, ..., \clubsuit\text{konge}\}$

Definition Hændelse

En hændelse (H) er en del af udfaldsrummet (U), som ønskes undersøgt.
Hændelsen forekommer, hvis eksperimentet resulterer i et udfald (u_i) i hændelsen.



EKSEMPEL: Møntkast: Mønten viser plat. $H = \{\text{Plat}\}$

EKSEMPEL: Terningkast: Terningen viser mere end 4 øjne.
$H = \{5\text{øjne}, 6\text{øjne}\}$

EKSEMPEL: Træk et kort: Kortet er en hjerter.
$H = \{\heartsuit\text{es}, \heartsuit 2, ..., \heartsuit\text{konge}\}$

Definition Procent (%)

Procent har symbolet % og betyder hundrede-del ($\frac{1}{100}$).

$$1\% = \frac{1}{100} = 0,01$$

EKSEMPEL: $37,2\% = 0,372$

Måske var det en af sandsynlighedsregningens grundlæggere, den franske matematiker og fysiker Blaise Pascal (1623-1662), som opfandt roulettespillet. Ordet roulette er nemlig fransk og betyder *lille hjul*. På en europæisk roulette er der 37 huller; men på en amerikansk er der 38.

DEFINITION **Sandsynlighedsmål**

Sandsynligheden (P) er et tal, som angiver chancen for, at en hændelse (H) indtræffer, når man laver eksperimentet. Sandsynligheden for den *umulige hændelse* er 0 og sandsynligheden for den *sikre hændelse* er 1 altså 100 %.

$$0 \leq P(H) \leq 1$$

BEMÆRK: $P(U) = P(u_1) + P(u_2) + P(u_3) + ... = 1 = 100\%$

Et udfald (u_i) fra udfaldsrummet (U) indtræffer helt sikkert.

EKSEMPEL: $P(\text{Terningen viser 1, 2, 3, 4, 5 eller 6 øjne}) = 100\%$

EKSEMPEL: $P(\text{Terningen viser 7 øjne}) = 0$

SÆTNING **(Laplace-) Sandsynlighed**

Hvis sandsynligheden (P) for alle udfald (u_i) er ens, er sandsynligheden for en hændelse (H) lig antallet af udfald der opfylder hændelsen divideret med det totale antal (N) udfald i udfaldsrummet.

Hvis $P(u_1) = P(u_2) = P(u_3)... = P(u_N) = \dfrac{1}{N}$

Gælder $P(H) = \dfrac{\text{Antal udfald i H}}{N}$

EKSEMPEL: $P(\text{Mønten viser plat}) = \dfrac{1}{2} = 50\%$

EKSEMPEL: $P(\text{Terningen viser mere end 4 øjne}) = \dfrac{2}{6} \approx 33,3\%$

EKSEMPEL: $P(\text{Kortet er et es}) = \dfrac{4}{52} \approx 7,7\%$

Definition Sandsynlighedsfelt

Et eksperiment kan beskrives ved sandsynlighedsfeltet (U, P) d.v.s. udfaldsrummet (U) og sandsynlighederne(P) for de enkelte udfald (u_i):

U	u_1	u_2	u_3	...	u_N
P	$P(u_1)$	$P(u_2)$	$P(u_3)$	...	$P(u_N)$

Husk: $P(u_1) + P(u_2) + P(u_3) + ... + P(u_N) = 1 = 100\%$

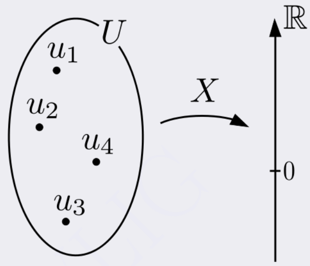
Eksempel: Terningkast

U	1	2	3	4	5	6
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

1.2 Stokastisk variabel

DEFINITION **Stokastisk variabel**

Udfaldet af eksperimentet er ikke altid et tal, selvom det ofte er ønskeligt. Til at råde bod på dette, indføres en *stokastisk variabel.*
En stokastisk variabel (X) knytter et (reelt) tal til ethvert udfald (u_i) i udfaldsrummet (U).
Hvordan X fastlægges bestemmer man selv, og det afhænger af den givne situation.



BEMÆRK: En stokastisk variabel navngives altid med et stort bogstav f.eks. X

EKSEMPEL: $X(\text{Plat}) = 1 \quad X(\text{Krone}) = 0$

EKSEMPEL: $X(\text{Terningen viser } n \text{ øjne}) = n \quad n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

EKSEMPEL: $X(\heartsuit) = 1 \quad X(\diamondsuit, \spadesuit, \clubsuit) = 0$

BEMÆRKNING **Stokastisk variabel**

En stokastisk variabel har flg. fordele:

- Alle slags udfald (u_i) kan beskrives med et tal.
- Hændelser (H) kan beskrives kort og matematisk.

EKSEMPEL: Hændelsen *terningen viser to øjne* kan skrives $X = 2$

Definition **Diskret eller kontinuert**

Hvis en stokastisk variabel (X) kun kan antage et tælleligt antal værdier, kaldes den *diskret*.

Hvis en stokastisk variabel (X) kan antage værdier i et interval, kaldes den *kontinuert* (må ikke forveksles med begrebet kontinuert funktion).

Eksempel: Diskret: $X(\text{Terningen viser } n \text{ øjne}) = n \quad n \in \{1, 2, ..., 6\}$

Eksempel: Kontinuert: $X(\text{Vægten viser } n \text{ gram}) = n \quad n \in [0; 100]$

1.3 FORTSÆTTELSE FØLGER.